

Indice

0.1	Introduzione	x
	Esempi di modelli	xi
0.2	Tre modelli probabilistici frequenti	xiv
0.3	Nota storica	xvii
Capitolo 1	Statistica descrittiva	1
1.1	Variabili, mutabili, classi, frequenze	4
	Diagramma a barre e istogramma	6
1.2	Indici della posizione (misure della intensità)	8
1.3	Quantili percentili	9
1.4	Scarti (misure della dispersione)	12
1.5	Asimmetria di una distribuzione	13
1.6	Box Plot	14
1.7	Indici per dati raggruppati	15
1.8	Trasformazione lineare dei dati	16
1.9	Osservazione congiunta di due variabili	17
1.10	Indici di una distribuzione doppia	
1.11	Regressione lineare univariata	18
	Metodo dei minimi quadrati	20
1.12	Frequenze nel caso bivariato	24
	Le frequenze marginali	26
	Le frequenza cumulata	27
	La frequenza relativa condizionata	
1.13	Test di avvenuto apprendimento	29
Capitolo 2	Introduzione all'algebra dell'incerto	31
2.1	Definizioni di probabilità	
	La definizione nel caso discreto finito	
	La definizione frequentista	32
	La definizione soggettiva	
	La definizione assiomatica	33
2.2	Calcolo combinatorio	33
	Disposizioni senza ripetizione	34
	Permutazioni	
	Disposizioni con ripetizione	
	Combinazioni	35
	Esempi di calcolo di probabilità con tecniche di conteggio	36
2.3	Spazio dei casi possibili (o campionario) e spazio degli eventi	39
2.4	Probabilità	44
	Proprietà di $P[\cdot]$	
2.5	Principio di inclusione esclusione	52
2.6	Nota storica	55
2.7	Test di avvenuto apprendimento	58

Capitolo 3	Probabilità condizionata	61
3.1	Eventi indipendenti	68
3.2	Affidabilità	77
3.3	L'illusione di sapere	79
	La legge di Bayes	80
	Il paradosso delle 3 scatole	
3.4	Nota storica	
3.5	Test di avvenuto apprendimento	81
Capitolo 4	Variabili e vettori aleatori	85
4.1	Eventi e sottoinsiemi di \mathbb{R}	
4.2	Variabili aleatorie discrete	88
4.3	Variabili aleatorie continue	
4.4	Esempi	89
	Proprietà della funzione di ripartizione	92
	Caso discreto, Caso continuo	93
4.5	Vettori aleatori (v_{tan})	94
4.6	Funzione di ripartizione di un v_{tan}	98
	Proprietà della fdr congiunta	99
4.7	Variabili e vettori aleatori indipendenti	103
4.8	Nota storica	107
4.9	Test di avvenuto apprendimento	108
Capitolo 5	Indici per variabili aleatorie	111
5.1	La media	
5.2	La varianza	114
5.3	Mediana, quantili e percentili	116
5.4	Momenti	117
	La funzione di failure rate (tasso di guasto)	119
5.5	Disuguaglianza di Markov	120
5.6	Disuguaglianza di Chebyscev	121
5.7	Nota storica	125
5.8	Test di avvenuto apprendimento	
Capitolo 6	Distribuzioni discrete	129
6.1	Distribuzione uniforme discreta	
6.2	Distribuzione di Bernoulli	130
6.3	Distribuzione binomiale $B(n,p)$	
6.4	Distribuzione ipergeometrica	132
6.5	Distribuzione geometrica	134
6.6	Distribuzione binomiale negativa	138
6.7	Distribuzione di Poisson	140
	Distribuzione di Poisson in più dimensioni★	144
6.8	Nota storica	145
6.9	Test di avvenuto apprendimento	146
Capitolo 7	Distribuzioni continue	147
7.1	Distribuzione uniforme	
7.2	Distribuzione esponenziale	148
7.3	Distribuzione Γ (gamma)	150
7.4	Distribuzione normale	151
7.5	Nota storica	156
7.6	Test di avvenuto apprendimento	157

Capitolo 8	Funzioni di variabili aleatorie	159
8.1	Distribuzioni di funzioni di va	
	1 Metodo della fdr	160
	2.1 Metodo della trasformazione: caso univariato	162
	2.2 Metodo della trasformazione: caso multivariato	165
	3 Metodo della fgm	166
8.2	Distribuzione della somma di va	167
	Caso discreto	
	Caso continuo	171
8.3	Somma di densità notevoli	172
	Caso discreto	173
	Caso continuo	175
8.4	Le variabili aleatorie min e Max	176
8.5	Test di avvenuto apprendimento	177
Capitolo 9	Indici per vettori aleatori	179
9.1	Vettore media di un vtan	
9.2	Valore atteso per distribuzioni congiunte	180
9.3	Funzioni generatrici di momenti per un vtan	181
9.4	Momenti di distribuzioni congiunte	183
	Proprietà della covarianza	
	La matrice di covarianza	185
	Proprietà di C_X	
	Una generalizzazione	186
	Altre considerazioni	187
9.5	Indice di correlazione lineare	188
	Significato di covarianza	
	Proprietà del coefficiente di correlazione	189
9.6	Riassunto di risultati sulle fgm	190
9.7	Funzioni di ripartizione condizionate	191
	Caso univariato	
	Caso multivariato	192
	Teorema delle probabilità totali	197
	Esempio di utilizzo delle distribuzioni condizionate	198
	Valori attesi condizionati	
	Varianza condizionata	203
	Valore atteso condizionato e stima ottima	206
	Formule di riepilogo	208
	Funzioni e rette di regressione nel caso discreto finito	209
9.8	Test di avvenuto apprendimento	213
Capitolo 10	Argomenti speciali	221
10.1	Trasformazione integrale di probabilità	
10.2	Motori aleatori	222
10.3	Metodo Monte Carlo	224
10.4	Vettori gaussiani	226
	fgm di un vettore gaussiano	229
	vtan gaussiani: una generalizzazione	
	Un esempio scoraggiante	233
10.5	Riassunto di risultati sui vtan gaussiani	237
10.6	va di tipo misto	239

Capitolo 10		
10.7	Funzione generatrice di probabilità	241
10.8	Entropia	246
10.9	Compressione di un segnale	248
10.10	Test di avvenuto apprendimento	250
Capitolo 11	Comportamenti asintotici	253
11.1	Il campionamento	
11.2	Successioni di va	254
11.3	Convergenza in legge	260
11.4	Teorema centrale del limite	261
	Importante: uso del TCL per un test	264
11.5	Approssimazioni via TCL	267
11.6	Altri tipi di convergenze	272
	Convergenza in probabilità	
	Convergenza q.c.★	273
11.7	La legge debole dei grandi numeri	274
11.8	Distribuzioni χ^2 e <i>t</i> -Student	278
11.9	La distribuzione di Cauchy	284
11.10	La distribuzione della va <i>F</i> di Fisher	285
11.11	Nota storica	286
11.12	Test di avvenuto apprendimento	287
Capitolo 12	Stimatori e stime	291
12.1	Statistiche, stimatori, quantità pivotali	292
12.2	Correttezza	294
12.3	Stime asintotiche	296
12.4	Consistenza	
12.5	Stimatore di una distribuzione	297
12.6	Efficienza	299
12.7	Proprietà di alcuni stimatori per via analitica	302
12.8	Metodi per la ricerca di uno stimatore	305
	Metodo dei momenti	
	Metodo della massima verosimiglianza	
	Proprietà degli stimatori MLE	308
	Quando non esiste uno stimatore MLE	311
12.9	Riepilogo sul concetto di stimatore	
12.10	Test di avvenuto apprendimento	313
Capitolo 13	Stima intervallare	317
13.1	Ic per la media di una popolazione normale (σ^2 nota)	318
13.2	Ic per la media di una popolazione normale (σ^2 ignota)	321
13.3	Ic per la varianza di una popolazione normale (μ ignota)	324
13.4	Osservazioni importanti	326
13.5	Ic asintotico per il parametro θ di una popolazione	327
	Bernoulli	328
	Binomiale, geometrica	332
	Poisson	333
	Esponenziale, Uniforme continua	334
	Un altro Ic per la proporzione <i>p</i>	335
13.6	Ic per la differenza di due medie (popolazioni normali)	
	Caso di medie non note e varianze note	336

Capitolo 13	Caso di medie e varianze non note	337
13.7	Test di avvenuto apprendimento	339
Capitolo 14	Verifica delle ipotesi	341
14.1	Test parametrici	342
	Ipotesi nulla e alternativa	
	Test e regione critica	343
	Errori di I e II tipo e Potenza del test	
	Tipi di ipotesi	346
	Ampiezza del test	347
	Il $p - value$	348
	Passi di un test d'ipotesi	349
	Test e informazioni sulla popolazione	351
	Campioni di grande dimensione: test per la media di una popolazione (varianza nota, momento secondo finito)	
	Test per la media di una popolazione normale (varian. ignota)	354
	Test per la media di una popolazione di Bernoulli	356
	Confronto tra il test d'ipotesi per la media di una popolazione qualunque (varianza nota, campione grande) e per la proporzione di una popolazione di Bernoulli	358
	Il test χ^2 per la varianza di una popolazione normale	
	Test d'ipotesi per la differenza di due medie	360
	Test d'ipotesi e intervalli di confidenza★	361
	Test d'ipotesi semplici★	363
	Riassunto dei test parametrici	365
14.2	Test non parametrici	371
	Test di Pearson (o test chi-quadrato)	372
	Test di Kolmogorov-Smirnov	377
	Test q-q plot di normalità	384
	Un altro test di normalità	386
	Test di indipendenza	387
14.3	Test di avvenuto apprendimento	390
Capitolo 15	Modelli di previsione	393
15.1	Regressione univariata lineare	
15.2	Varianza spiegata e varianza residua	396
15.3	Stimatori di b_0, b_1 e di σ	398
	Correttezza di \hat{b}_0 e \hat{b}_1	399
	Distribuzione di \hat{b}_0 e \hat{b}_1	
	Uno stimatore corretto per σ^2	400
15.4	Il coefficiente di variazione r^2	
15.5	Una pulce nell'orecchio	402
15.6	Inferenza su b_1	411
15.7	Predizione di eventi futuri: inferenza sul responso Y	413
15.8	Analisi della varianza: caso univariato	415
15.9	Riassunto di risultati univariati	416
15.10	Regressione multivariata lineare	418
	Proprietà del modello gaussiano	422
	La legge di SS_E e la stima di σ^2	423
	Test e intervalli di confidenza per i parametri b_i	424

Capitolo 15		
	Test e intervallo di confidenza per σ^2	426
15.11	Analisi della varianza	
15.12	Tabella ANOVA	427
15.13	Regressione univariata lineare	435
15.14	Riassunto di risultati multivariati	439
15.15	Test di avvenuto apprendimento	440
Capitolo 16	Processi stocastici: cenni	443
16.1	Introduzione	
16.2	Processi a tempo discreto	446
16.3	Processo di Poisson	448
16.4	Il moto browniano	450
	Gaussianità	452
	Media e correlazione del moto browniano	453
16.5	Catene di Markov a tempo discreto	454
	Classificazione degli stati	459
	Equilibrio	463
16.6	Esempi	464
16.7	Nota storica	473
Capitolo 17	Esercizi vari	475
17.1	Probabilità	
17.2	Statistica	502

Appendici

Appendice 1		xix
0.1	Arrotondamento (dei dati)	
0.2	Teoria degli insiemi	xx
	Diagrammi di Venn	xxi
	Teoremi di De Morgan	
	Funzione indicatrice	xxii
0.3	Logica	
0.4	Numeri binari	xxiii
0.5	La formula di Stirling	xxv
0.6	Combinazioni con ripetizione	
0.7	Matrici e vettori	xxvi
0.8	Misure e funzioni misurabili	xxxvi
0.9	Serie numeriche	xxxix
	Serie a termini non negativi	
0.10	Serie di funzioni	xl
0.11	La funzione Γ	xli
0.12	Una formula importante per la normale	
0.13	Una formula importante per la media	xlii
0.14	Derivazione sotto il segno di integrale	xliii
0.15	Determinante Jacobiano	xliv
0.16	La condizione di Lindeberg	xlvi
0.17	L'illusione di sapere (soluzioni)	xlvi

Appendice 1	La legge di Bayes	
	Il paradosso delle 3 scatole	xlvi
Appendice 2	tavola della $N(0, 1)$	xlviii
Appendice 3	tavola della $t - Student$	xliv
Appendice 4	tavola della chiadrato	l
Appendice 5	tavola della Poisson	li
Appendice 6	funzione di Kolmogorov	liii
Appendice 7	tavola della distribuzione F	liv
Appendice 8	specchio riassuntivo dei legami tra distribuzioni	lx
Appendice 9	tavola delle distribuzioni più comuni	lxi
Appendice 10	tempi d'attesa	lxii
Appendice 11	specchio riassuntivo sugli intervalli di confidenza	lxiii
Appendice 12	tavola sulla equità dei giochi d'azzardo in Italia	lxiv
Appendice 13	Itaca	lxvi
	Indice analitico	lxvii

Per familiarizzare con il modo di ragionare matematico si consiglia di imparare almeno le dimostrazioni di Teoremi e Teoremi accanto ai quali è stato posto il simbolo (**••**). Queste sono, tra l'altro, le dimostrazioni richieste agli orali del mio corso.

BIBLIOGRAFIA: ALTRI EVENTUALI TESTI DI CONSULTAZIONE CONSIGLIATI

TEORIA ED ESERCIZI

- » M. Giorgetti - E. Mazzola, *“Probabilità e Statistica Matematica”*; Pearson Prentice Hall - Milano
- » E. Battistini, *“Consulenze statistiche, sussidiario di probabilità e statistica”*; Editrice Esculapio - Progetto Leonardo - Bologna
- » E. Battistini, *“Probabilità e statistica, un approccio interattivo con Excel”*; McGraw-Hill
- » [MRH] Montgomery - Runger - Hubele, *“Statistica per Ingegneria”*; Egea
- » M. Verri, *“Probabilità e Statistica - 400 temi d'esame risolti”*; Editrice Esculapio - Progetto Leonardo
- [B] » M. Bramanti, *“Calcolo delle probabilità e Statistica”*; Editrice Esculapio - Progetto Leonardo, Bologna
- » P. Baldi, *“Calcolo delle probabilità e statistica”*; McGraw-Hill
- [MGB] » Mood - Graybill - Boes, *“Introduzione alla statistica”*; McGraw-Hill
- [BV] » Barchielli-Verri: *“Attese condizionate e modelli di previsione”*

SULLA MATEMATICA IN GENERALE

- » K. Devlin, *“Il linguaggio della matematica”*, Bollati Boringhieri.

SUL MODO DI PENSARE SCIENTIFICO

- [MPP] » M. Piattelli Palmarini, *“L'illusione di sapere”*, Oscar Mondadori;
- » P. Odifreddi, *“La repubblica dei numeri”*, Raffaello Cortina Editore.