

Introduzione

Questo libro è stato scritto per fornire un supporto didattico al corso di “Probabilità e statistica inferenziale” del secondo anno del Corso di Studi in Ingegneria Matematica del Politecnico di Milano. In occasione di una riforma degli ordinamenti didattici questo corso è stato attivato nell’anno accademico 2008/09 con lo scopo di fornire agli studenti una base formativa adeguata per tutti i successivi approfondimenti sia di tipo metodologico sia di natura applicativa. La parte più rilevante del corso riguarda le basi matematiche e i risultati fondamentali del calcolo delle probabilità basati sulla teoria della misura e dell’integrazione astratta. La parte finale del corso è invece una introduzione ad alcuni concetti della statistica matematica, che vengono poi ampliati considerevolmente in corsi successivi. A questa parte finale è dedicato il presente volume.

La specifica destinazione d’uso motiva alcune caratteristiche particolari del libro.

Anzitutto, la teoria della misura e dell’integrazione astratta, almeno nelle sue parti fondamentali, è un prerequisito per la lettura del libro.

Il contenuto consiste di una *selezione di argomenti particolari* nell’ambito della statistica. E’ stata data precedenza ad alcuni risultati classici di natura asintotica nella stima puntuale, in particolare risultati di asintotica normalità per la distribuzione degli stimatori, e si sono sviluppati gli strumenti necessari a questo fine senza la pretesa di fornire un quadro equilibrato e completo dei problemi e metodi della statistica matematica. Gli argomenti scelti sono stati selezionati soprattutto per illustrare alcune importanti applicazioni della teoria della probabilità che gli studenti del corso hanno appreso.

A questo fine sono esposti nel libro gli argomenti preliminari riguardanti il concetto di modello statistico e verosimiglianza, le definizioni di base sugli stimatori e la ricerca di stimatori con i metodi di massima verosimiglianza e dei momenti, l’informazione di Fisher e la disuguaglianza di Cramer-Rao. Segue poi l’esposizione dei risultati di asintotica normalità per grandi campioni sotto le classiche condizioni di regolarità, la

presentazione del metodo delta e le loro applicazioni a modelli concreti. Il libro contiene vari esempi di modelli statistici fondamentali ripresi più volte nel libro (normale, uniforme, gamma, binomiale eccetera), qualche modello più specifico (Weibull) e una trattazione abbastanza generale della famiglia dei modelli di tipo esponenziale.

Sono stati invece volutamente tralasciati molti argomenti che compaiono nei libri che si pongono come obiettivo una introduzione generale ai metodi della statistica matematica. Tra questi il concetto di sufficienza e tutte le numerose questioni collegate, nonché vari risultati classici sulla stima puntuale. Sono inoltre ignorati il problema della verifica di ipotesi statistiche e della stima per regioni di confidenza (con l'eccezione di regioni di confidenza di tipo asintotico) Si è anche rinunciato completamente a presentare l'impostazione bayesiana della statistica. Sottolineo nuovamente che tutte queste omissioni non sono frutto di scarsa considerazione, ma conseguenze della speciale destinazione del libro e di limitazioni di spazio.

Alla limitazione di spazio, motivata dal desiderio di non voler consegnare agli studenti un trattato estensivo al momento del loro primo approccio rigoroso alla statistica, è dovuto anche il fatto che si fanno solo pochi cenni a problemi di implementazione pratica dei metodi generali oppure a questioni di natura algoritmica o computazionale, che pure sono talvolta cruciali per un'efficace applicazione della teoria.

Pur con le limitazioni ora esposte, il libro si prefigge lo scopo di presentare in forma ragionevolmente approfondita il materiale selezionato. Le definizioni di base sono presentate in forma molto generale, per servire come punto di partenza per gli approfondimenti che gli studenti opereranno nei loro curricula di studio. E' stato fatto uno sforzo per ottenere una presentazione rigorosa e completa. Pertanto, salvo qualche eccezione su argomenti o esempi di minore importanza, tutti i risultati sono presentati con dimostrazione. Inoltre le dimostrazioni e le applicazioni ad esempi concreti contengono normalmente tutti i dettagli necessari e non richiedono al lettore di essere completate con verifiche o calcoli supplementari. Sono anche state evitate scorciatoie quali scrivere le dimostrazioni di risultati generali solo in casi particolari.

Il libro non contiene esercizi propriamente detti, ma gli esempi di applicazione dei risultati generali ai modelli statistici più comuni sono piuttosto frequenti. In molti casi questi esempi possono essere considerati esercizi svolti, dato che normalmente vengono esposti con tutti i dettagli e i calcoli.

Una breve appendice riepiloga i risultati sulla convergenza di succes-

sioni di variabili aleatorie di cui si fa uso nel testo, e serve anche per fissare alcune notazioni.

E' stato riportato in bibliografia un breve elenco dei libri maggiormente consultati per la preparazione del testo, senza la pretesa di presentare una guida allo studio della materia. In questi libri si trovano però corposi riferimenti bibliografici che possono costituire un punto di partenza per ulteriori approfondimenti.

Desidero infine ringraziare quanti mi hanno aiutato nella preparazione del testo. Non mi è possibile ricordare tutti coloro che mi hanno dato consigli in merito ai contenuti di questo volume, ma tra i miei colleghi desidero almeno ringraziare Matteo Gregoratti e Piercesare Secchi che mi hanno ripetutamente messo a disposizione la loro competenza ed esperienza didattica. Infine un sentito ringraziamento è dovuto ad Alessandro Parenti e Stefano Cavallari, della Società Editrice Esculapio, per la loro disponibilità e pazienza nell'assistermi durante l'impostazione e la stesura del testo.