

Indice

1	INSIEMI E FUNZIONI	1
1.1	Prime proprietà	1
1.2	Operazioni tra insiemi	2
1.3	Relazioni	5
1.4	Funzioni	7
1.5	Funzioni biunivoche. Permutazioni	9
1.6	Operazioni	11
2	SPAZI VETTORIALI \mathbf{R}^n	13
2.1	Prime definizioni	13
2.2	Dipendenza lineare	14
2.3	Sottospazi. Basi	16
2.4	Prodotto scalare	19
3	MATRICI REALI	21
3.1	Prime definizioni	21
3.2	Operazioni tra matrici	24
3.3	Determinante	26
3.4	Proprietà dei determinanti	30
3.5	Matrici invertibili	32
3.6	Rango di una matrice	33
3.7	Matrici a gradini. Metodo di Gauss	37
3.8	Fattorizzazione LU	42
3.9	Uso di matrici per i cambiamenti di base in \mathbf{R}^n	45
4	SISTEMI LINEARI	47
4.1	Introduzione ai sistemi lineari	47
4.2	Sistemi omogenei di ordine 2	49
4.3	Teorema di Cramer per sistemi di ordine 2	49
4.4	Generalità sui sistemi lineari	51
4.5	Sistemi lineari di n equazioni in n incognite	53
4.6	Sistemi lineari di m equazioni in n incognite	54
4.7	Uso del metodo di Gauss per sistemi lineari	58

5	TRASFORMAZIONI LINEARI	61
5.1	Definizioni e proprietà	61
5.2	Autovettori e autovalori	65
6	GEOMETRIA ANALITICA PIANA	71
6.1	Coordinate nel piano	71
6.2	Definizione di vettore libero	73
6.3	Somma di vettori liberi	74
6.4	Prodotto di scalari per vettori liberi	75
6.5	Rappresentazione cartesiana di vettori	75
6.6	Parallelismo di vettori	77
6.7	Prodotto scalare	77
6.8	Punto medio di un segmento	80
6.9	Area del triangolo	80
6.10	Equazione cartesiana di una retta	81
6.11	Casi particolari dell'equazione di una retta	82
6.12	Intersezione e parallelismo di due rette	84
6.13	Fasci di rette	85
6.14	Parametri direttori e coseni direttori	86
6.15	Perpendicolarità di due rette	87
6.16	Distanza punto-retta	88
6.17	Cambiamenti di riferimento nel piano	89
6.18	Trasformazioni lineari in V_2	90
6.19	Circonferenza	91
6.20	Ellisse	92
6.21	Iperbole	94
6.22	Parabola	95
7	CONICHE	97
7.1	Generalità	97
7.2	Coniche generali a centro	100
7.3	Parabole	101
7.4	Coniche degeneri	102
7.5	Riduzione a forma canonica di coniche generali	103
7.6	Metodo degli invarianti	105
8	GEOMETRIA ANALITICA SPAZIALE	109
8.1	Coordinate e vettori nello spazio	109
8.2	Prodotto vettoriale	112
8.3	Equazione cartesiana di un piano	113
8.4	Parallelismo di due piani	116
8.5	Fasci e stelle di piani	117
8.6	Equazioni di una retta nello spazio	117
8.7	Parametri direttori	118
8.8	Parallelismo di rette	119
8.9	Complanarità di rette	119
8.10	Sintesi sulle mutue posizioni di rette	120

8.11	Stelle e fasci di rette	121
8.12	Angolo di due rette. Coseni direttori	123
8.13	Parallelismo di retta e piano	123
8.14	Perpendicolarità di retta e piano	124
8.15	Angolo di retta e piano	124
8.16	Angolo di due piani. Piani perpendicolari	125
8.17	Distanza punto-piano e tra due piani	125
8.18	Distanza punto-retta. Distanza di rette	126
8.19	Distanza retta-piano	126
8.20	Area del parallelogramma e del triangolo	127
8.21	Sfera	127
8.22	Ellissoide	128
8.23	Iperboloide ellittico	129
8.24	Iperboloide iperbolico	130
8.25	Paraboloide ellittico	132
8.26	Paraboloide iperbolico	133
8.27	Cambiamenti di riferimento nello spazio	135
9	ELEMENTI DI GEOMETRIA DIFFERENZIALE	137
9.1	Funzioni a valori vettoriali	137
9.2	Derivate di prodotti scalari e vettoriali	139
9.3	Arco di curva regolare	140
9.4	Esempi	140
9.5	Rette secanti. Rette tangenti	141
9.6	Ascissa curvilinea	142
9.7	Curvatura	144
9.8	Torsione e formule di Frenet	146
9.9	Equazioni di piani osculatori, normali e rettificanti	147
9.10	Uso di un parametro diverso dall'ascissa curvilinea	149
10	GRUPPI, ANELLI E CAMPI	151
10.1	Gruppi	151
10.2	Sottogruppi	153
10.3	Gruppi di ordine piccolo	154
10.4	Prodotto operatorio	155
10.5	Gruppi di permutazioni	156
10.6	Anelli e campi	157
10.7	Numeri complessi	159
11	SPAZI VETTORIALI	161
11.1	Definizione e prime proprietà	161
11.2	Esempi	162
11.3	Lineare dipendenza	164
11.4	Sottospazi	165
11.5	Basi e dimensioni	168
11.6	Relazione di Grassmann	174

12	MATRICI E APPLICAZIONI LINEARI	179
12.1	Matrici in un campo	179
12.2	Determinante. Rango	181
12.3	Applicazioni lineari	182
12.4	Nucleo e immagine	183
12.5	Modello universale di spazio vettoriale	188
12.6	Applicazioni lineari associate a matrici	189
12.7	Matrici associate ad applicazioni lineari	192
12.8	Cambiamenti di base	194
12.9	Matrici e applicazioni invertibili	195
13	SISTEMI LINEARI	197
13.1	Premessa	197
13.2	Teorema di Rouché-Capelli	198
13.3	Sistemi omogenei	198
13.4	Insieme delle soluzioni di un sistema	199
13.5	Sistemi quadrati	201
14	DIAGONALIZZAZIONE	203
14.1	Definizioni e prime proprietà	203
14.2	Polinomio caratteristico	204
14.3	Autospazi	206
14.4	Diagonalizzazione di una matrice	207
15	SPAZI EUCLIDEI	211
15.1	Nozioni metriche	211
15.2	Diagonalizzazione ortogonale	215
16	FORMA DI JORDAN	219
16.1	Preliminari	219
16.2	Decomposizione di Fitting	226
16.3	Forma canonica di Jordan: caso nilpotente	227
16.4	Forma canonica di Jordan: caso generale	231
16.5	Alcuni esempi	232
16.6	Ancora sul polinomio minimo	239
17	APPROFONDIMENTI DI ALGEBRA LINEARE	243
17.1	Cenni sulle funzioni di matrici	243
17.2	Un'applicazione dell'esponenziale	252
17.3	Spazi Euclidei ed Unitari	257
17.4	Operatori Unitari	265
17.5	Fattorizzazione QR	273
17.6	Matrici di Householder	274
17.7	Metodo dei Minimi Quadrati	279
17.8	Decomposizione ai valori singolari	283